$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+5z=11 \\ x-5y+6z=29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+5z=11 \\ x-5y+6z=29 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 11 \\ 1 & -5 & 6 & 29 \end{bmatrix}$$

[1]
1[2] -2[1]
1[3] -1[1]

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & -6 & 5 & 27 \end{bmatrix}$$

[1]
[2]
1[3] +6[2]

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 23 & 69 \end{bmatrix}$$

23[1] -1[3]
23[2] -3[3]
[3]

$$\begin{bmatrix} 23 & 23 & 0 & -23 \\ 0 & 23 & 0 & -46 \\ 0 & 0 & 23 & 69 \end{bmatrix}$$

23[1] -23[2]
[2]
[3]

$$\begin{bmatrix} 529 & 0 & 0 & 529 \\ 0 & 23 & 0 & -46 \\ 0 & 0 & 23 & 69 \end{bmatrix}$$

Dividim per 529
Dividim per 23
Dividim per 23

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible determinat

x = 1
y = -2
z = 3

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+5z=11 \\ x-5y+6z=29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+5z=11 \\ x-5y+6z=29 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 23 & 69 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 11 & 3 & 5 \\ 29 & -5 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix}}=\frac{23}{23}=1$$

Incògnita y

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 11 & 5 \\ 1 & 29 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix}}=\frac{-46}{23}=-2$$

Incògnita z

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 11 \\ 1 & -5 & 29 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix}}=\frac{69}{23}=3$$

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + 3z = 15 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y+z=3 \\ 2x+3z=15 \\ 3x+y=12 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & 15 \\ 3 & 1 & 0 & 12 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ 1[2] -2[1] \\ 1[3] -3[1] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 9 \\ 0 & 4 & -3 & 3 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ 2[3] -4[2] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & -10 & -30 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} -10[1] -1[3] \\ -10[2] -1[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} -10 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 0 & -60 \\ 0 & 0 & -10 & -30 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} -20[1] -10[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 200 & 0 & 0 & 600 \\ 0 & -20 & 0 & -60 \\ 0 & 0 & -10 & -30 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} \text{Dividim per 200} \\ \text{Dividim per -20} \\ \text{Dividim per -10} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right]$$

Sistema compatible determinat

x = 3
y = 3
z = 3

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + 3z = 15 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y+z=3 \\ 2y+3z=15 \\ 3x+y=12 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 3

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 15 \\ 0 & 0 & -18 & -54 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 15 & 2 & 3 \\ 12 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}}=\frac{-54}{-18}=3$$

Incògnita y

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 15 & 3 \\ 3 & 12 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}}=\frac{-54}{-18}=3$$

Incògnita z

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 15 \\ 3 & 1 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}}=\frac{-54}{-18}=3$$

$$\begin{cases} x+y=12 \\ y+z=8 \\ x+z=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=12 \\ y+z=8 \\ x+z=6 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ 1[3] -1[1] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ 1[3] +1[2] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ 2[2] -1[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & 2 & 0 & 24 \\ 0 & 2 & 0 & 14 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} 2[1] -2[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 4 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 2 & 0 & 14 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} \text{Dividim per 4} \\ \text{Dividim per 2} \\ \text{Dividim per 2} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Sistema compatible determinat

x = 5
y = 7
z = 1

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ y + z = 8 \\ x + z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=12 \\ y+z=8 \\ x+z=6 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 12 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{10}{2}=5$$

Incògnita y

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 12 & 0 \\ 0 & 8 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{14}{2}=7$$

Incògnita z

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{2}{2}=1$$

$$\begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & -16 \\ 3 & 1 & -2 & -10 \\ 2 & -3 & 1 & -4 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} [1] \\ 1[2]-3[1] \\ 1[3]-2[1] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & -16 \\ 0 & -5 & 7 & 38 \\ 0 & -7 & 7 & 28 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ -5[3]+7[2] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & -16 \\ 0 & -5 & 7 & 38 \\ 0 & 0 & 14 & 126 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} 14[1]+3[3] \\ 14[2]-7[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 28 & 0 & 154 \\ 0 & -70 & 0 & -350 \\ 0 & 0 & 14 & 126 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} -70[1]-28[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} -980 & 0 & 0 & -980 \\ 0 & -70 & 0 & -350 \\ 0 & 0 & 14 & 126 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} \text{Dividim per } -980 \\ \text{Dividim per } -70 \\ \text{Dividim per } 14 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible determinat

x = 1
y = 5
z = 9

$$\begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -16 \\ 0 & -5 & 7 & 38 \\ 0 & 0 & 14 & 126 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x=\frac{\begin{vmatrix} -16 & 2 & -3 \\ -10 & 1 & -2 \\ -4 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{14}{14}=1$$

Incògnita y

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & -16 & -3 \\ 3 & -10 & -2 \\ 2 & -4 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{70}{14}=5$$

Incògnita z

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -16 \\ 3 & 1 & -10 \\ 2 & -3 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{126}{14}=9$$

$$\begin{cases} x+y-2z=9 \\ 2x-y+4z=4 \\ 2x-y-6z=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y-2z=9 \\ 2x-y+4z=4 \\ 2x-y-6z=-1 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -2 & 9 \\ 2 & -1 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & -6 & -1 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ 1[2]-2[1] \\ 1[3]-2[1] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & -3 & 8 & -14 \\ 0 & -3 & -2 & -19 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ -3[3]+3[2] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & -3 & 8 & -14 \\ 0 & 0 & 30 & 15 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} 30[1]+2[3] \\ 30[2]-8[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 30 & 30 & 0 & 300 \\ 0 & -90 & 0 & -540 \\ 0 & 0 & 30 & 15 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} -90[1]-30[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} -2700 & 0 & 0 & -10800 \\ 0 & -90 & 0 & -540 \\ 0 & 0 & 30 & 15 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} \text{Dividim per } -2700 \\ \text{Dividim per } -90 \\ \text{Dividim per } 30 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \end{array}\right]$$

Sistema compatible determinat

x = 4
y = 6
z = 1/2

$$\begin{cases} x+y-2z=9 \\ 2x-y+4z=4 \\ 2x-y-6z=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y-2z=9 \\ 2x-y+4z=4 \\ 2x-y-6z=-1 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & -3 & 8 & -14 \\ 0 & 0 & 30 & 15 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 9 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 4 \\ -1 & -1 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & -6 \end{vmatrix}}=\frac{120}{30}=4$$

Incògnita y

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 9 & -2 \\ 2 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & -6 \end{vmatrix}}=\frac{180}{30}=6$$

Incògnita z

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 9 \\ 2 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & -6 \end{vmatrix}}=\frac{15}{30}=1/2$$

$$\begin{cases} 3x + y - z = 3 \\ -6x + 2y + z = 8 \\ 18x - 5y + 2z = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+y-z=3 \\ -6x+2y+z=8 \\ 18x-5y+2z=-10 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & 3 \\ -6 & 2 & 1 & 8 \\ 18 & -5 & 2 & -10 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ 3[2]+6[1] \\ 3[3]-18[1] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 12 & -3 & 42 \\ 0 & -33 & 24 & -84 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ 12[3]+33[2] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 12 & -3 & 42 \\ 0 & 0 & 189 & 378 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 189[1]+1[3] \\ 189[2]+3[3] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 567 & 189 & 0 & 945 \\ 0 & 2268 & 0 & 9072 \\ 0 & 0 & 189 & 378 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ \text{Dividim per } 2268 \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 567 & 189 & 0 & 945 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 189 & 378 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 1[1]-189[2] \\ [2] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 567 & 0 & 0 & 189 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 189 & 378 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Dividim per } 567 \\ \text{Dividim per } 1 \\ \text{Dividim per } 189 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible determinat

$x = 1/3$
$y = 4$
$z = 2$

$$\begin{cases} 3x + y - z = 3 \\ -6x + 2y + z = 8 \\ 18x - 5y + 2z = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+y-z=3 \\ -6x+2y+z=8 \\ 18x-5y+2z=-10 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 3

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 12 & -3 & 42 \\ 0 & 0 & 189 & 378 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 8 & 2 & 1 \\ -10 & -5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -6 & 2 & 1 \\ 18 & -5 & 2 \end{vmatrix}}=\frac{21}{63}=1/3$$

Incògnita y

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -6 & 8 & 1 \\ 18 & -10 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -6 & 2 & 1 \\ 18 & -5 & 2 \end{vmatrix}}=\frac{252}{63}=4$$

Incògnita z

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 & 3 \\ -6 & 2 & 8 \\ 18 & -5 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -6 & 2 & 1 \\ 18 & -5 & 2 \end{vmatrix}}=\frac{126}{63}=2$$

$$\begin{cases} 2x-5y+3z=-12 \\ 3x+2y-5z=1 \\ 7x-4y+2z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-5y+3z=-12 \\ 3x+2y-5z=1 \\ 7x-4y+2z=0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 3 & -12 \\ 3 & 2 & -5 & 1 \\ 7 & -4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} [1] \\ 2[2]-3[1] \\ 2[3]-7[1] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 3 & -12 \\ 0 & 19 & -19 & 38 \\ 0 & 27 & -17 & 84 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ 19[3]-27[2] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 3 & -12 \\ 0 & 19 & -19 & 38 \\ 0 & 0 & 190 & 570 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 190[1]-3[3] \\ 190[2]+19[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 380 & -950 & 0 & -3990 \\ 0 & 3610 & 0 & 18050 \\ 0 & 0 & 190 & 570 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} [1] \\ \text{Dividim per 3610} \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 380 & -950 & 0 & -3990 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 190 & 570 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 1[1]+950[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 380 & 0 & 0 & 760 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 190 & 570 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Dividim per 380} \\ \text{Dividim per 1} \\ \text{Dividim per 190} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible determinat

$x = 2$
$y = 5$
$z = 3$

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = -12 \\ 3x + 2y - 5z = 1 \\ 7x - 4y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-5y+3z=-12 \\ 3x+2y-5z=1 \\ 7x-4y+2z=0 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 3

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 & -12 \\ 0 & 19 & -19 & 38 \\ 0 & 0 & 190 & 570 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -12 & -5 & 3 \\ 1 & 2 & -5 \\ 0 & -4 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \\ 7 & -4 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{190}{95} = 2$$

Incògnita y

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -12 & 3 \\ 3 & 1 & -5 \\ 7 & 0 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \\ 7 & -4 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{475}{95} = 5$$

Incògnita z

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -5 & -12 \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & -4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \\ 7 & -4 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{285}{95} = 3$$

$$\begin{cases} x+(1-\sqrt{3})y+(1+\sqrt{3})z=1 \\ (1+\sqrt{3})x+y+(1-\sqrt{3})z=1 \\ (1-\sqrt{3})x+(1+\sqrt{3})y+z=1 \end{cases}$$

Fem servir el mètode de Gauss.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} & 1 \\ 1+\sqrt{3} & 1 & 1-\sqrt{3} & 1 \\ 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} & 1 \\ 0 & -3 & 3+3\sqrt{3} & \sqrt{3} \\ 0 & 3-3\sqrt{3} & -3 & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Per obtenir la segona fila hem multiplicat la primera fila per $1+\sqrt{3}$ i la restem de la segona. Per obtenir la tercera fila hem multiplicat la primera fina per $1-\sqrt{3}$ i la restem de la tercera

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} & 1 \\ 0 & -3 & 3+3\sqrt{3} & \sqrt{3} \\ 0 & 3-3\sqrt{3} & -3 & -\sqrt{3} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} & 1 \\ 0 & -3 & 3+3\sqrt{3} & \sqrt{3} \\ 0 & 0 & -27 & -9 \end{pmatrix}$$

Per obtenir la tercera fila hem multiplicat la segona per $3-3\sqrt{3}$ i hem restat la tercera multiplicada per -3

Sabem que el sistema és compatible determinat. Podem calcular fàcilment

$$z=\frac{-9}{-27}=\frac{1}{3}$$

el valor de y serà

$$y=\frac{\sqrt{3}-\frac{1}{3}\left(3+3\sqrt{3}\right)}{-3}=\frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}}{-3}=\frac{1}{3}$$

i el valor de x

$$x=1-\frac{1}{3}\left(1-\sqrt{3}\right)-\frac{1}{3}\left(1+\sqrt{3}\right)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

La solució del sistema fent servir el mètode de Cramer comença per calcular el determinant de la matriu de coeficients

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} \\ 1+\sqrt{3} & 1 & 1-\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} & 1 \end{vmatrix}=\left(1+(1-\sqrt{3})^3+(1+\sqrt{3})^3\right)-\left(3(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})\right)=$$

$$=1+1-3\sqrt{3}+9-3\sqrt{3}+1+3\sqrt{3}+9+3\sqrt{3}-(-6)=27$$

i el càlcul de x serà

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1-\sqrt{3} \\ 1 & 1+\sqrt{3} & 1 \end{vmatrix}}{D}=\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$$

De la mateixa manera obtenim $y=z=\dfrac{1}{3}$

$$\begin{cases} x+y+3z=0 \\ x-y+z=0 \\ 2x+y+5z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+3z=0 \\ x-y+z=0 \\ 2x+y+5z=0 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ 1[2]\ -1[1] \\ 1[3]\ -2[1] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ -2[3]\ +1[2] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} -2[1]\ -1[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} -2 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} \text{Dividim per -2} \\ \text{Dividim per -2} \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Sistema compatible indeterminat amb 1 paràmetre/es

x = -2z
y = -z

$$\begin{cases} x+y+3z=0 \\ x-y+z=0 \\ 2x+y+5z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+3z=0 \\ x-y+z=0 \\ 2x+y+5z=0 \end{cases}$$

Sistema compatible indeterminat amb 1 paràmetre/es

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x=\frac{\begin{vmatrix} -3z & 1 \\ +2z & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}}=\frac{+4z}{-2}=-2z$$

Incògnita y

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & -3z \\ 0 & +2z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}}=\frac{+2z}{-2}=-1z$$

Raona per què tots els sistemes següents són compatibles. Expressa la solució dels que siguin indeterminats

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x-3y-2z=0 \\ x-y-z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x-3y-2z=0 \\ x-y-z=0 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ 1[2]\ -2[1] \\ 1[3]\ -1[1] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ -5[3]\ +2[2] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} 2[1]\ -1[3] \\ 2[2]\ +4[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} -10[1]\ -2[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} -20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} \text{Dividim per -20} \\ \text{Dividim per -10} \\ \text{Dividim per 2} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

Sistema compatible determinat

x = 0
y = 0
z = 0

$$\begin{cases} 2x-3y-z=0 \\ -x+y-3z=0 \\ -x-6y+8z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y-z=0 \\ -x+y-3z=0 \\ -x-6y+8z=0 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & -3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -3 & 0 \\ -1 & -6 & 8 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} [1] \\ 2[2] +1[1] \\ 2[3] +1[1] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & 0 \\ 0 & -15 & 15 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ -[3] +15[2] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -120 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ \text{Dividim per -120} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} 1[1] +1[3] \\ 1[2] +7[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} -[1] +3[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} \text{Dividim per -2} \\ \text{Dividim per -1} \\ \text{Dividim per 1} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

Sistema compatible determinat

x = 0
y = 0
z = 0

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x+2y-2z=0 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x+2y-2z=0 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

[1]
1[2] -2[1]
1[3] -2[1]

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

[1]
Canviem per 3
Canviem per 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[1]
[2]
[3]

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

-3[1] -1[2]
[2]
[3]

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dividim per -3
Dividim per -3
[3]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible indeterminat amb 1 paràmetre/es

x =
y = +z

En una granja hi ha 1300 caps de bestiar distribuïts en tres corrals de manera que la relació entre el nombre d'animals del primer corral i el del segon és 19/18 i la relació entre els nombre d'animals del segon i el tercer és 6/5. Calcula quants animals hi ha en cada corral

Si x,y i z són el nombre d'animals en cada un dels corrals, podem plantejar

$$\begin{cases} x+y+z=1300 \\ 18x=19y \\ 5y=6z \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1300 \\ 18 & -19 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -6 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} [1] \\ 1[2]-18[1] \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1300 \\ 0 & -37 & -18 & -23400 \\ 0 & 5 & -6 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ -37[3]-5[2] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1300 \\ 0 & -37 & -18 & -23400 \\ 0 & 0 & 312 & 117000 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} 312[1]-1[3] \\ 312[2]+18[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 312 & 312 & 0 & 288600 \\ 0 & -11544 & 0 & -5194800 \\ 0 & 0 & 312 & 117000 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} [1] \\ \text{Dividim per } -11544 \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 312 & 312 & 0 & 288600 \\ 0 & 1 & 0 & 450 \\ 0 & 0 & 312 & 117000 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} 1[1]-312[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 312 & 0 & 0 & 148200 \\ 0 & 1 & 0 & 450 \\ 0 & 0 & 312 & 117000 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} \text{Dividim per } 312 \\ \text{Dividim per } 1 \\ \text{Dividim per } 312 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 475 \\ 0 & 1 & 0 & 450 \\ 0 & 0 & 1 & 375 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible determinat

$x = 475$
$y = 450$
$z = 375$

Un constructor compra tres parcel·les i paga 15.000, 18.000 i 20.000 pts/m^2 respectivament. Calcula la superfície de cada una sabent que entre les tres fan 1870 m^2, que el preu total de l'operació és de 33.600.000 pts i que el preu de la tercera parcel·la representa les tres quartes parts del preu de les altres dues juntes

Considerant el preu en milers de pts, i transformant la tercera equació en:

$$20z = \frac{3}{4}(15x + 18y) \quad \Rightarrow 80z = 45x + 54y$$

$$\begin{cases} x+y+z=1870 \\ 15x+18y+20z=33600 \\ 80z=45x+54y \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1870 \\ 15 & 18 & 20 & 33600 \\ -45 & -54 & 80 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ 1[2] -15[1] \\ 1[3] +45[1] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1870 \\ 0 & 3 & 5 & 5550 \\ 0 & -9 & 125 & 84150 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ 3[3] +9[2] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1870 \\ 0 & 3 & 5 & 5550 \\ 0 & 0 & 420 & 302400 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 420[1] -1[3] \\ 420[2] -5[3] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 420 & 420 & 0 & 483000 \\ 0 & 1260 & 0 & 819000 \\ 0 & 0 & 420 & 302400 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ \text{Dividim per 1260} \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 420 & 420 & 0 & 483000 \\ 0 & 1 & 0 & 650 \\ 0 & 0 & 420 & 302400 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 1[1] -420[2] \\ [2] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 420 & 0 & 0 & 210000 \\ 0 & 1 & 0 & 650 \\ 0 & 0 & 420 & 302400 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Dividim per 420} \\ \text{Dividim per 1} \\ \text{Dividim per 420} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 500 \\ 0 & 1 & 0 & 650 \\ 0 & 0 & 1 & 720 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible determinat

x = 500
y = 650
z = 720

Considera el sistema

$$\begin{cases} x+my+z=4 \\ x+3y+z=5 \\ mx+y+z=4 \end{cases}$$

troba els valors de m pels quals el sistema no és de Cramer. Resol el sistema per aquest mètode quan m=-1

Analitzant la matriu obtenim

$$\begin{pmatrix} 1 & m & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \\ m & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & m & 1 & 4 \\ 0 & m-3 & 0 & -1 \\ 0 & m^2-1 & m-1 & 4m-4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & m & 1 & 4 \\ 0 & m-3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -m^2+4m-3 & -5m^2+16m-11 \end{pmatrix}$$

Calculem els valors que fan zero els diferents elements que depenen de m

$$m-3=0 \Rightarrow m=3$$

$$-m^2+4m-3=0 \Rightarrow m=\begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases}$$

$$-5m^2+16m-11=0 \quad \Rightarrow m=\begin{cases} 1 \\ 11/5 \end{cases}$$

Si m=3 la matriu serà

$$\begin{pmatrix} * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

on * indica un element diferent de zero. El sistema és incompatible.
Si m=1

$$\begin{pmatrix} * & * & * & * \\ 0 & * & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

el sistema és compatible indeterminat
si m=11/5

$$\begin{pmatrix} * & * & * & * \\ 0 & * & 0 & * \\ 0 & 0 & * & 0 \end{pmatrix}$$

el sistema és compatible determinat.
Quan m=-1 la matriu final de l'anàlisi de Gauss és

$$\begin{pmatrix} 1 & m & 1 & 4 \\ 0 & m-3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -m^2+4m-3 & -5m^2+16m-11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & -4 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -8 & -32 \end{pmatrix}$$

la darrera equació té de solució z=4. La segona y=1/4. En la primera obtenim

$$x=4+y-z=4+\frac{1}{4}-4=\frac{1}{4}$$

Discuteix el sistema següent segons el valor del paràmetre m. Expressa la solució general pel valor de m que el faci compatible indeterminat

$$\begin{cases} x + my + z = m + 2 \\ x + y + mz = -2(m+1) \\ mx + y + z = m \end{cases}$$

Analitzant la matriu obtenim

$$\begin{pmatrix} 1 & m & 1 & m+2 \\ 1 & 1 & m & -2(m+1) \\ m & 1 & 1 & m \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & m & 1 & m+2 \\ 0 & m-1 & 1-m & 3m+4 \\ 0 & m^2-1 & m-1 & m^2+m \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & m & 1 & m+2 \\ 0 & m-1 & 1-m & 3m+4 \\ 0 & 0 & -m^2-m+2 & 2m^2+6m+4 \end{pmatrix}$$

Si el sistema ha de ser compatible indeterminat

$$-m^2 - m + 2 = 0 \quad \Rightarrow m = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

$$2m^2 + 6m + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad m = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

Quan m=-2 la matriu és

$$\begin{pmatrix} 1 & m & 1 & m+2 \\ 0 & m-1 & 1-m & 3m+4 \\ 0 & 0 & -m^2-m+2 & 2m^2+6m+4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

El sistema és compatible indeterminat amb un grau de llibertat. Prenem z com paràmetre i obtenim, en la segona equació

$$-3y + 3z = -2 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{2+3z}{3}$$

i en la primera obtenim x

$$x - 2y + z = 0 \quad \Rightarrow x = 2y - z = 2\left(\frac{2+3z}{3}\right) + z = \frac{4+9z}{3}$$

Discuteix el sistema següent segons els valors de t i prova de resoldre'l quan sigui compatible

$$\begin{cases} 5x - 11y + 9z = t \\ x - 3y + 5z = 2 \\ 2x - 4y + 2z = 1 \end{cases}$$

Canviem la segona i la primera equació i analitzem la matriu

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 5 & -11 & 9 & t \\ 2 & -4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 0 & -4 & 16 & 10-t \\ 0 & -2 & 8 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 2 \\ 0 & -4 & 16 & 10-t \\ 0 & 0 & 0 & t+4 \end{pmatrix}$$

si

$t + 4 = 0 \quad \Rightarrow t = -4$

el sistema és compatible indeterminat, prenem z com paràmetre i obtenim

$$\begin{cases} x - 3y = 2 - 5z \\ -4y = 14 - 16z \end{cases} \Rightarrow \quad y = 4z - \frac{7}{2}$$

i x

$$x = 3y + 2 - 5z = 3\left(4z - \frac{7}{2}\right) + 2 - 5z = 7z - \frac{17}{2}$$

Un antiquari compra tres peces d'art per 20 milions de pts. Confia a vendre-les amb uns guanys del 20%, del 50% i del 25% respectivament, amb la qual cosa obtindria uns beneficis de 6 milions. Però en una subhasta ha aconseguit uns guanys del 80%, del 90% i del 85% respectivament, fet que li ha representat un benefici de 17 milions. A quin preu va comprar cada peça?

Si obtenim un benefici del 20% el preu es multiplica per 1,2. Podem plantejar

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ 1{,}2x+1{,}5y+1{,}25z=26 \\ 1{,}8x+1{,}9y+1{,}85z=37 \end{cases}$$

Si transformem les equacions i resolem obtenim

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ 120x+150y+125z=2600 \\ 180x+190y+185z=3700 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

3 Equacions. 3 Incògnites

Rang matriu coeficients: 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & 30 & 5 & 200 \\ 0 & 0 & 100 & 1000 \end{pmatrix}$$

Rang matriu an

Incògnita x

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 20 & 1 & 1 \\ 2600 & 150 & 125 \\ 3700 & 190 & 185 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 120 & 150 & 125 \\ 180 & 190 & 185 \end{vmatrix}}=\frac{500}{100}=5$$

Incògnita y

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 20 & 1 \\ 120 & 2600 & 125 \\ 180 & 3700 & 185 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 120 & 150 & 125 \\ 180 & 190 & 185 \end{vmatrix}}=\frac{500}{100}=5$$

Incògnita z

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 20 \\ 120 & 150 & 2600 \\ 180 & 190 & 3700 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 120 & 150 & 125 \\ 180 & 190 & 185 \end{vmatrix}}=\frac{1000}{100}=10$$

Analitza'n la compatibilitat i resol el sistema següent. Demostra que hi ha infinites solucions que tenen els tres valors de les incògnites positius

$$\begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ -5x + 5y + z = -1 \\ x + 8y + 7z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-y+z=1 \\ -5x+5y+z=-1 \\ x+8y+7z=2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 1 \\ -5 & 5 & 1 & -1 \\ 1 & 8 & 7 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ 3[2]+5[1] \\ 3[3]-1[1] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 10 & 8 & 2 \\ 0 & 25 & 20 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ 10[3]-25[2] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 10 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 10[1]+1[2] \\ [2] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 30 & 0 & 18 & 12 \\ 0 & 10 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Dividim per 30} \\ \text{Dividim per 10} \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3/5 & 2/5 \\ 0 & 1 & 4/5 & 1/5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible indeterminat amb 1 paràmetre/es

x = 2/5-3/5z
y = 1/5-4/5z

Per a quin valor de k el sistema és compatible?. Troba'n la solució

$$\begin{cases} x - y + 3z = 8 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + y - z = 0 \\ x + y - 2z = k \end{cases}$$

Si analitzem la matriu del sistema obtenim

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 8 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & k \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & 1 & 13 \\ 0 & -2 & 4 & 8 \\ 0 & -2 & 5 & 8-k \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & 1 & 13 \\ 0 & 0 & 2 & -18 \\ 0 & 0 & 3 & -k-18 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 8 \\ 0 & -1 & 1 & 13 \\ 0 & 0 & 2 & -18 \\ 0 & 0 & 0 & 2k-18 \end{pmatrix}$$

El sistema serà compatible quan

$$2k - 18 = 0 \quad \Rightarrow \quad k = 9$$

les solucions es poden obtenir de la darrera matriu

$$2z = -18 \quad \Rightarrow \quad z = -9$$

$$-y + z = 13 \quad \Rightarrow -y - 9 = 13 \quad \Rightarrow y = -22$$

$$x - y + 3z = 8 \quad \Rightarrow \quad x = 8 - 22 + 27 = 13$$

Considera les equacions 2x-y+z=0 i 3x-2y-z=3. Escriu una tercera equació que, amb les dues anteriors, formi un sistema que sigui: compatible determinat, compatible indeterminat i incompatible

Sistema compatible indeterminat

$$\begin{cases} 2x-y+z=0 \\ 3x-2y-z=3 \\ 5x-3y=3 \end{cases}$$

Sistema incompatible

$$\begin{cases} 2x-y+z=0 \\ 3x-2y-z=3 \\ 5x-3y=1 \end{cases}$$

Sistema compatible determinat

$$\begin{cases} 2x-y+z=0 \\ 3x-2y-z=3 \\ z=0 \end{cases}$$

Les tres xifres d'un nombre sumen 18. Si a aquest nombre li restem el que resulta d'invertir l'ordre de les seves xifres, s'obté 594. Troba aquest nombre si sabem que la xifra de les desenes és la mitjana aritmètica de les altres dues

Siguin c,d i u les xifres de les centenes, les desenes i les unitats. Podem plantejar

$$\begin{cases} c+d+u=18 \\ (100c+10d+u)-(c+10d+100u)=594 \\ d=\dfrac{c+u}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c+d+u=18 \\ 99c-99u=594 \\ -c+2d-u=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c+d+u=18 \\ 99c-99u=594 \\ -c+2d-u=0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 18 \\ 99 & 0 & -99 & 594 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ 1[2]-99[1] \\ 1[3]+1[1] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 18 \\ 0 & -99 & -198 & -1188 \\ 0 & 3 & 0 & 18 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ -99[3]-3[2] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 18 \\ 0 & -99 & -198 & -1188 \\ 0 & 0 & 594 & 1782 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 594[1]-1[3] \\ 594[2]+198[3] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 594 & 594 & 0 & 8910 \\ 0 & -58806 & 0 & -352836 \\ 0 & 0 & 594 & 1782 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ \text{Dividim per } -58806 \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 594 & 594 & 0 & 8910 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 594 & 1782 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 1[1]-594[2] \\ [2] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 594 & 0 & 0 & 5346 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 594 & 1782 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Dividim per } 594 \\ \text{Dividim per } 1 \\ \text{Dividim per } 594 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible determinat

c = 9
d = 6
u = 3

Per la festa major un noi va a tres espectacles diferents. El primer dia va dues vegades a l'espectacle X, una al Y i l'altra al Z i es gasta 1300 pts. El segon dia va tres vegades a X i una al Y i es gasta 1800 pts. El tercer dia va un cop a cada espectacle i es gasta només 800 pts. Quin era el preu de cada espectacle?

$$\begin{cases} 2x+y+z=1300 \\ 3x+y=1800 \\ x+y+z=800 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & 1 & 1 & 1300 \\ 3 & 1 & 0 & 1800 \\ 1 & 1 & 1 & 800 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ 2[2] -3[1] \\ 2[3] -1[1] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & 1 & 1 & 1300 \\ 0 & -1 & -3 & -300 \\ 0 & 1 & 1 & 300 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ -[3] -1[2] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 2 & 1 & 1 & 1300 \\ 0 & -1 & -3 & -300 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} 2[1] -1[3] \\ 2[2] +3[3] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 4 & 2 & 0 & 2600 \\ 0 & -2 & 0 & -600 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} -2[1] -2[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} -8 & 0 & 0 & -4000 \\ 0 & -2 & 0 & -600 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} \text{Dividim per -8} \\ \text{Dividim per -2} \\ \text{Dividim per 2} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 500 \\ 0 & 1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

Sistema compatible determinat

$x = 500$
$y = 300$
$z = 0$

Troba l'edat de tres germans sabent que el triple de l'edat del primer menys el doble de l'edat del segon més l'edat del tercer fan 22 anys; l'edat del primer menys la del segon més el doble de la det tercer fan 8 anys, i el doble de la del primer més la del segon menys la del tercer fan 20 anys.

$$\begin{cases} 3x-2y+z=22 \\ x-y+2z=8 \\ 2x+y-z=20 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 22 \\ 1 & -1 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & -1 & 20 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ 3[2]-1[1] \\ 3[3]-2[1] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 22 \\ 0 & -1 & 5 & 2 \\ 0 & 7 & -5 & 16 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ -[3]-7[2] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 22 \\ 0 & -1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & -30 & -30 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} -30[1]-1[3] \\ -30[2]-5[3] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -90 & 60 & 0 & -630 \\ 0 & 30 & 0 & 90 \\ 0 & 0 & -30 & -30 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 30[1]-60[2] \\ [2] \\ [3] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2700 & 0 & 0 & -24300 \\ 0 & 30 & 0 & 90 \\ 0 & 0 & -30 & -30 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Dividim per } -2700 \\ \text{Dividim per } 30 \\ \text{Dividim per } -30 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible determinat

$x = 9$
$y = 3$
$z = 1$

Troba la solució dels sistemes següents que siguin compatibles

$$\begin{cases} x-2y=-3 \\ -2x+3y+z=4 \\ 2x+y-5z=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=-3 \\ -2x+3y+z=4 \\ 2x+y-5z=4 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -3 \\ -2 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & -5 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} [1] \\ 1[2]+2[1] \\ 1[3]-2[1] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & -5 & 10 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ -[3]-5[2] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} -[1]+2[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Dividim per -1} \\ \text{Dividim per -1} \\ [3] \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sistema compatible indeterminat amb 1 paràmetre/es

$x = 1+2z$
$y = 2+z$

$$\begin{cases} x+3y-z=5 \\ 2x-y+5z=7 \\ x+10y-8z=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y-z=5 \\ 2x-y+5z=7 \\ x+10y-8z=9 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & 7 \\ 1 & 10 & -8 & 9 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} [1] \\ 1[2]-2[1] \\ 1[3]-1[1] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & -3 \\ 0 & 7 & -7 & 4 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ -7[3]-7[2] \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

Sistema incompatible

$$\begin{cases} 3x + y - z = 4 \\ x + 2y = 5 \\ 5x + 5y - z = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+y-z=4 \\ x+2y=5 \\ 5x+5y-z=14 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{rrrr} 3 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 5 \\ 5 & 5 & -1 & 14 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} [1] \\ 3[2] -1[1] \\ 3[3] -5[1] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{rrrr} 3 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & 1 & 11 \\ 0 & 10 & 2 & 22 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ 5[3] -10[2] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{rrrr} 3 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} 5[1] -1[2] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{rrrr} 15 & 0 & -6 & 9 \\ 0 & 5 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} \text{Dividim per 15} \\ \text{Dividim per 5} \\ [3] \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{rrrr} 1 & 0 & -2/5 & 3/5 \\ 0 & 1 & 1/5 & 11/5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Sistema compatible indeterminat amb 1 paràmetre/es

x = 3/5+2/5z
y = 11/5-1/5z

Discuteix els sistemes següents segons el valor del paràmetre m

$$\begin{cases} x+3y+mz=1 \\ mx+9y+9z=m \\ x+my+3z=1 \end{cases}$$

Formem la matriu

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & m & 1 \\ m & 9 & 9 & m \\ 1 & m & 3 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & m & 1 \\ 0 & 3m-9 & m^2-9 & 0 \\ 0 & m-3 & 3-m & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & m & 1 \\ 0 & 3m-9 & m^2-9 & 0 \\ 0 & 0 & -m^3+27m-54 & 0 \end{pmatrix}$$

Els valors de m que fan zero els elements de la matriu són m=3 i m=-3 en la segona fila, i les solucions de

$$-m^3+27m-54=0$$

en la tercera. Les arrels són X=3 i x=-6

Si m=3 la matriu és

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

i forma un sistema compatible indeterminat. amb dos graus de llibertat Prenem z i y com paràmetres i les solucions són

$$z=z$$

$$y=y$$

$$x=1-3z-3y$$

si m=-3 el sistema és

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & -18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -108 & 0 \end{pmatrix}$$

sistema compatible determinat, les solucions són z=0, y=0 i x=1

si m=-6 el sistema serà també compatible indeterminat amb un grau de llibertat

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 & 1 \\ 0 & -27 & 27 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

les solucions són ara

$$y=z$$

$$z=z$$

$$x=1+3z$$

Altres valors de m fan el sistema compatible determinat

Les solucions són

$$z=0$$

$$y=0$$

$$x=1$$

$$\begin{cases} 2x+3my+z=m \\ 4x+6y+2mz=2m \\ 6mx+9y+3mz=3m \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3m & 1 & m \\ 4 & 6 & 2m & 2m \\ 6m & 9 & 3m & 3m \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 & 3m & 1 & m \\ 0 & 6m-6 & 2-2m & 0 \\ 0 & 9m^2-9 & 0 & 3m^2-3m \end{pmatrix} \to$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3m & 1 & m \\ 0 & 6m-6 & 2-2m & 0 \\ 0 & 0 & -18m^3+18m^2+18m-18 & -18m^3+36m^2-18m \end{pmatrix}$$

Els valors que fan zero els termes de la matriu són m=0, m=1
Si m=1

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

el sistema és compatible indeterminat amb dos graus de llibertat
Si m=0

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -18 & 0 \end{pmatrix}$$

El sistema és compatible determinat de solució x=y=z=0
Altres valors de m formen un sistema compatible determinat de solucions

$$z=\frac{18m(m-1)^2}{-18(m+1)(m-1)^2}=\frac{-m}{m+1}$$

$$y=\frac{-m}{3(m+1)}$$

$$x=\frac{m}{2}+\frac{m}{m+1}=\frac{m^2+2m}{2(m+1)}$$

$$\begin{cases} x - y + z = 5 \\ mx + y + 2mz = 1 \\ 2mx + 2y - 3z = 5m + 1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 5 \\ m & 1 & 2m & 1 \\ 2m & 2 & -3 & 5m+1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -m-1 & -m & 5m-1 \\ 0 & -2m-2 & 2m+3 & 5m-1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -m-1 & -m & 5m-1 \\ 0 & 0 & -4m-3 & 5m-1 \end{pmatrix}$$

Si m=-1

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 7 & -6 \end{pmatrix}$$

el sistema és incompatible

Si m=3/4

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -7/4 & -3/4 & -1/4 \\ 0 & 0 & 0 & -1/4 \end{pmatrix}$$

el sistema és incompatible

Si m=1/5

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -6/5 & -1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 9/5 & 0 \end{pmatrix}$$

el sistema és compatible determinat, de solucions z=0, y=0 i x=5

Altres valors formen un sistema compatible determinat de solucions

$$z = \frac{5m-1}{-4m+3}$$

$$y = \frac{3(5m^2 - 6m + 1)}{(m+1)(3-4m)}$$

$$x = \frac{49m - 23}{2(m+1)(4m-3)} + \frac{5}{2}$$