2. La taula següent mostra els resultats de sis parells d'observacions fetes per analitzar el grau de relació entre dues variables X i Y. Determina la recta de regressió de Y sobre X, representa aquesta recta i indica quin grau de relació hi ha entre les variables.

x	**2**	**2**	**3**	**3**	**3**	**4**
y	**0**	**1**	**1**	**2**	**4**	**3**

Fem una taula de càlcul

x	**y**	**x^2**	**y^2**	**xy**
2	0	4	0	0
2	1	4	1	2
3	1	9	1	3
3	2	9	4	6
3	4	9	16	12
4	3	16	9	12
17	11	51	31	35

Els valors dels paràmetres són

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{17}{6} = 2{,}83$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{N} = \frac{11}{6} = 1{,}83$$

$$s_x^2 = \frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{51}{6} - 2{,}83^2 = 0{,}47$$

$$s_y^2 = \frac{\sum y}{N} - \bar{y}^2 = \frac{31}{6} - 1{,}83^2 = 1{,}81$$

$$s_{xy} = \frac{\sum xy}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{35}{6} - 2{,}83 \cdot 1{,}83 = 0{,}65$$

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{0{,}65}{\sqrt{0{,}47}\sqrt{1{,}81}} = 0{,}69$$

La recta de regressió de y sobre x té d'equació

$$y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}\left(x - \bar{x}\right) \quad \Rightarrow y - 1{,}83 = \frac{0{,}65}{0{,}47}(x - 2{,}83)$$

3. Donada la distribució bidimensional següent, calcula el coeficient de correlació lineal, determina la recta de regressió de y sobre x i busca el punt on es tallen les dues rectes de regressió

x	**5**	**6.5**	**8**	**4**	**3**
y	**4.5**	**7**	**7.5**	**5**	**3.5**

La taula de càlcul és

x	y	x^2	y^2	xy
5	4,5	25	20,3	22,5
6,5	7	42,3	49	45,5
8	7,5	64	56,3	60
4	5	16	25	20
3	3,5	9	12,3	10,5

26,5 27,5 156 163 159

I els paràmetres

mitjanes	$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{26,5}{5} = 5,3$	$\bar{y} = \frac{\sum y}{N} = \frac{27,5}{5} = 5,5$
variances	$s_x^2 = \frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{156}{5} - 5,3^2 = 3,16$	$s_y^2 = \frac{\sum y}{N} - \bar{y}^2 = \frac{163}{5} - 5,5^2 = 2,3$
covariança i coeficient de correlació	$s_{xy} = \frac{\sum xy}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{159}{5} - 5,3 \cdot 5,5 = 2,55$	$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{2,55}{\sqrt{3,16}\sqrt{2,3}} = 0,95$

Hi ha una bona correlació lineal ja que és proper a 1
La recta de regressió de y sobre x té d'equació

$$y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}(x - \bar{x}) \quad \Rightarrow y - 5,5 = \frac{2,55}{3,16}(x - 5,3)$$

El punt comú a les dues rectes de regressió és el punt $(\bar{x}, \bar{y}) = (5,3\,;\,5,5)$

6. Les notes de Matemàtiques i les de Música obtingudes per cinc alumnes són

Matemàtiques	**6**	**4**	**8**	**5**	**3.5**
Música	**6.5**	**4.5**	**7**	**5**	**4**

Determina les rectes de regressió i calcula la nota que s'espera en Música per a un alumne que té un 7,5 en Matemàtiques

Sigui x la qualificació en Matemàtiques i y en Música. La taula de càlcul és

x	y	x^2	y^2	xy
6	6,5	36	42,25	39
4	4,5	16	20,25	18
8	7	64	49	56
5	5	25	25	25
3,5	4	12,25	16	14

26,5 27 153,25 152,5 152

mitjanes	$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{26,5}{5} = 5,3$	$\bar{y} = \frac{\sum y}{N} = \frac{27}{5} = 5,4$
variances	$s_x^2 = \frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{153,25}{5} - 5,3^2 = 2,56$	$s_y^2 = \frac{\sum y}{N} - \bar{y}^2 = \frac{152,5}{5} - 5,4^2 = 1,34$

covariança i correlació	$s_{xy} = \frac{\sum xy}{N} - \bar{x}\cdot\bar{y} = \frac{152}{5} - 5{,}3\cdot 5{,}4 = 1{,}78$	$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{1{,}78}{\sqrt{2{,}56}\sqrt{1{,}34}} = 0{,}96$

La recta de regressió de y sobre x (Música sobre Matemàtiques) és

$$y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}(x - \bar{x}) \quad \Rightarrow y - 5{,}4 = \frac{1{,}78}{2{,}56}(x - 5{,}3)$$

i la de x sobre y

$$x - \bar{x} = \frac{s_{xy}}{s_y^2}(y - \bar{y}) \quad \Rightarrow x - 5{,}3 = \frac{1{,}78}{1{,}34}(y - 5{,}4)$$

Si volem calcular la nota que correspon a un alumne que té un 7,5 de Matemàtiques hem de fer servir la primera recta substituint x per 7,5

$$y - 5{,}4 = \frac{1{,}78}{2{,}56}(7{,}5 - 5{,}3) \quad \Rightarrow y = 6{,}92$$

7. Les estatures i els pesos de deu jugadors d'un equip de bàsquet són els següents

Est x	**186**	**189**	**190**	**192**	**193**	**193**	**198**	**201**	**203**	**205**
Pes y	**85**	**85**	**86**	**90**	**87**	**91**	**93**	**103**	**100**	**101**

Tenint en compte que $\bar{x} = 195, \quad \bar{y} = 92, \quad s_x = 6{,}06 \quad s_y = 6{,}96 \quad s_{xy} = 37{,}6$**, trobar la recta de regressió de y sobre x, el coeficient de correlació i el pes d'un nou jugador que fa 208 cm, si és que es pot predir**

El coeficient de correlació és

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{37{,}6}{6{,}06\cdot 6{,}96} = 0{,}891$$

La recta de y sobre x té d'equació

$$y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}(x - \bar{x}) \quad \Rightarrow y - 92 = \frac{37{,}6}{6{,}06^2}(x - 195)$$

El pes estimat d'un jugador de 208 cm és

$$y = 92 + \frac{37{,}6}{6{,}06^2}(208 - 195) = 105{,}3$$