

7. Donada la distribució següent

x	150	157	158	160	162	164	165
f	4	8	8	10	8	7	5

Calcula mitjana, mediana i moda, troba el rang interquartílic, calcula la desviació mitjana i la desviació tipus

x	f	x.f	x²	x².f	fr	fra	$ x - \bar{x} .f$	$(x - \bar{x})^2.f$
150	4	600	22500	90000	0,080	0,080	39,120	382,594
157	8	1256	24649	197192	0,160	0,240	22,240	61,827
158	8	1264	24964	199712	0,160	0,400	14,240	25,347
160	10	1600	25600	256000	0,200	0,600	2,200	0,484
162	8	1296	26244	209952	0,160	0,760	17,760	39,427
164	7	1148	26896	188272	0,140	0,900	29,540	124,659
165	5	825	27225	136125	0,100	1,000	26,100	136,242
	50	7989		1277253			151,200	770,580

La mitjana és $\bar{x} = \frac{\sum xf}{N} = \frac{7989}{50} = 159,78$

La mediana i la moda és 160

El primer quartil correspon a una freqüència relativa acumulada de 0,25, que correspon al valor 158. El tercer quartil, de freqüència relativa acumulada de 0,75, correspon a 162

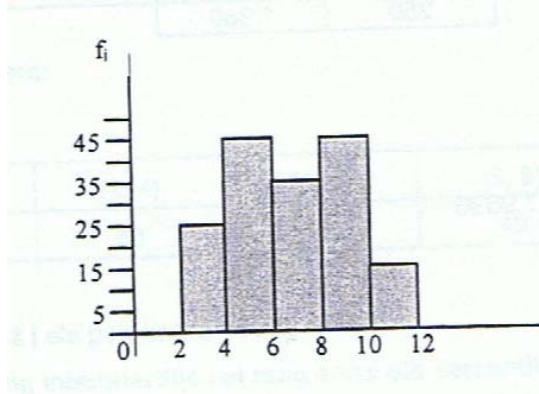
La desviació mitjana és

$$D = \frac{\sum |x - \bar{x}|.f}{N} = \frac{151,2}{50} = 3,02$$

i la desviació tipus

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{N}} = \sqrt{\frac{770,58}{50}} = 3,92$$

8. Calcula la desviació mitjana i tipus del gràfic



Classe	Marca	f	x.f	$ x - \bar{x} f$	$(x - \bar{x})^2 f$
[2,4)	3	25	75	93,750	351,563
[4,6)	5	45	225	78,750	137,813
[6,8)	7	35	245	8,750	2,188
[8,10)	9	45	405	101,250	227,813
[10,12)	11	15	165	63,750	270,938
		165	1115	346,250	990,313

Calculem la mitjana $\bar{x} = \frac{\sum xf}{N} = \frac{1115}{165} = 6,75$

La desviació mitjana és

$$D = \frac{346,25}{165} = 2,09$$

i la desviació tipus

$$s = \sqrt{\frac{990,313}{165}} = 2,44$$

9. Les edats dels 360 socis d'un club de natació són les que apareixen a la taula següent

Edats	nombre de socis
[5,15)	61
[15,25)	101
[25,35)	67
[35,45)	44
[45,55)	64
[55,65)	20
[65,75)	3

Fes el corresponent histograma de freqüències absolutes. Calcula l'edat que, teòricament, ha de tenir una persona que sigui més jove que la meitat dels socis però més gran que l'altra meitat. Com serà l'àrea de l'histograma a la dreta i a l'esquerra d'aquest valor? Calcula el tercer quartil i explica el resultat obtingut

Edats	nombre de socis	fr	fra
[5,15)	61	0,169	0,169
[15,25)	101	0,281	0,450
[25,35)	67	0,186	0,636
[35,45)	44	0,122	0,758
[45,55)	64	0,178	0,936
[55,65)	20	0,056	0,992
[65,75)	3	0,008	1,000

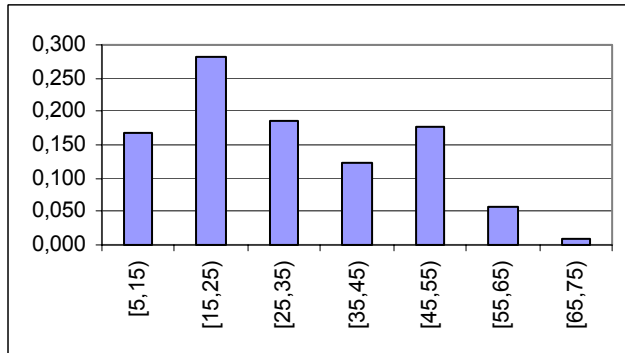
La mediana correspon a l'interval [25,35). Calculem la proporció que correspon

$$25 + \frac{10}{67}(180 - 162) = 27,68$$

El tercer quartil té una freqüència relativa acumulada de 0,75. Fem els mateixos càlculs

$$35 + \frac{10}{44} \left(\frac{3}{4} 360 - 229 \right) = 44,31$$

L'histograma de freqüències relatives



10. D'un conjunt de deu dades en coneixem set, que són {12, 3, 5, 9, 7, 9,14} Sabem que la moda és 5 i que la mitjana és 8,5. Troba les dades desconegudes

El valor 9 es repeteix dues vegades, si la moda és 5, aquest valor s'ha de repetir, com mínim, tres vegades, aleshores de les tres dades que falten saber n'hi ha dues que són dos cincs. La dada desconeguda la calculem fent servir el valor de la mitjana

$$8,5 = \frac{12 + 3 + 5 + 9 + 7 + 9 + 14 + 5 + 5 + x}{10}$$

d'on $x=16$

11. Omple els buits de la taula següent sabent que la mitjana aritmètica és $\bar{x} = 19,3$, que la mediana és 16 i la moda és 9

x	3			21	32		38
f	3	5	2	2	4	3	1

Si la moda és 9, aquest és el valor que té la freqüència major, que correspon a la dada de freqüència 5

Si la mediana és 16 i com que tenim 20 dades, ha de correspondre a la mitjana de les posicions 10 i 11. La posició 10 és desconeguda, però la posició 11 és 21, aleshores

$$16 = \frac{m + 21}{2} \Rightarrow m = 11$$

i la dada que té freqüència 2 és 11

Per últim calculem la dada que té freqüència 3, els elements coneguts són ara

x	3	9	11	21	32	x	38
f	3	5	2	2	4	3	1

$$19,3 = \bar{x} = \frac{9 + 45 + 22 + 42 + 128 + 3x + 38}{20} \Rightarrow x = 34$$

13. Les notes obtingudes per dos grups de primer de Batxillerat en un control de Matemàtiques han estat

Grup A	1, 9, 8, 2, 5, 8, 3, 5, 8, 5, 6, 0, 10, 10, 5, 3, 10, 2, 9, 1
---------------	---

Grup B	5, 6, 4, 7, 5, 7, 4, 3, 8, 6, 9, 0, 5, 5, 5, 6, 6, 5, 4, 10
---------------	--

Construeix una taula de freqüències amb les dades de cada grup. Calcula la mitjana, la mediana i la moda i digues què podem observar. Quines mesures creus que podem utilitzar perquè quedin clares les diferències entre les dues distribucions?

El grup A

x	f	xf	x ²	x ² f
0	1	0	0	0
1	2	2	1	2
2	2	4	4	8
3	2	6	9	18
4	0	0	16	0
5	4	20	25	100
6	1	6	36	36
7	0	0	49	0
8	3	24	64	192
9	2	18	81	162
10	3	30	100	300

20 110 818

La mitjana, mediana i moda són

$$\bar{x} = \frac{110}{20} = 5,5; \quad Md=5, \quad Mo=5$$

El grup B

x	f	xf	x ²	x ² f
0	1	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	0	4	0
3	1	3	9	9
4	3	12	16	48
5	6	30	25	150
6	4	24	36	144
7	2	14	49	98
8	1	8	64	64
9	1	9	81	81
10	1	10	100	100

20 110 694

Té els mateixos valors de mitjana, mediana i moda. Les diferències entre els grups es fan evidents quan es calcula una mesura de dispersió, com la desviació tipus

En el grup A

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{818}{20} - 5,5^2} = 3,26$$

i en el grup B molt inferior

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{694}{20} - 5,5^2} = 2,10$$

16. Donada la distribució

x	0	3	5	7	8	11	15
f	4	5	6	2	11	10	2

Calcula la mitjana, la mediana i la moda. Calcula el rang, la variància i la desviació tipus. Si multipliquem tots els valors x per 1984 indica quines seran ara les mesures calculades als dos apartats anteriors

x	f	x.f	x²	x².f
0	4	0	0	0
3	5	15	9	45
5	6	30	25	150
7	2	14	49	98
8	11	88	64	704
11	10	110	121	1210
15	2	30	225	450

40 287 2657

La mitjana de la distribució és $\bar{x} = \frac{\sum xf}{N} = \frac{287}{40} = 7,175$

La variància i la desviació tipus

$$s^2 = \frac{\sum x^2 f}{N} - \bar{x}^2 = \frac{2657}{40} - 7,175^2 = 14,94 \quad ; \quad s = \sqrt{14,94} = 3,86$$

La mediana és 8 i la moda 8. El rang és 15

Si multipliquem tots els valors per $k > 0$ els valors centrals queden multiplicats per k. La variància queda multiplicada per k^2 i la desviació per k

24. Tenim que la mitjana en l'assignatura d'Economia d'un grup de 25 alumnes és de 5,75, i la d'un altre grup de 15 alumnes és de 4,25. Podem calcular la nota mitjana del conjunt dels 40 alumnes?

Podem fer que la primera mitjana tingui una freqüència de 25 i la segona una freqüència de 15. Així calculem la mitjana dels 40 alumnes

$$\bar{x} = \frac{25 \cdot 5,75 + 15 \cdot 4,25}{40} = 5,1875$$

26. Si tenim dos conjunts diferents de 25 dades i coneixem la mediana de cada grup, podem conèixer sense més informació la mediana conjunta de les 50 dades?

No podem saber com queden ordenades totes les dades, no podem saber la mediana de tot el conjunt

31. El rang d'una distribució és 200 i el rang entre els percentils 5 i 95 és 4. Què podem afirmar d'aquesta distribució?

Presenta una gran dispersió en les dades extremes. El 5% superior i el 5% inferior acumulen entre els dos un rang de 196, molt superior al rang 4 del 90% de les dades centrals